

# Mosaïques d'images



Dyanne Williams

GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique, Hiver 2016  
Jean-François Lalonde

# Pourquoi les mosaïques?

- Qu'est-ce qu'on voit?
  - CdV d'une caméra standard =  $50 \times 35^\circ$



# Pourquoi les mosaïques?

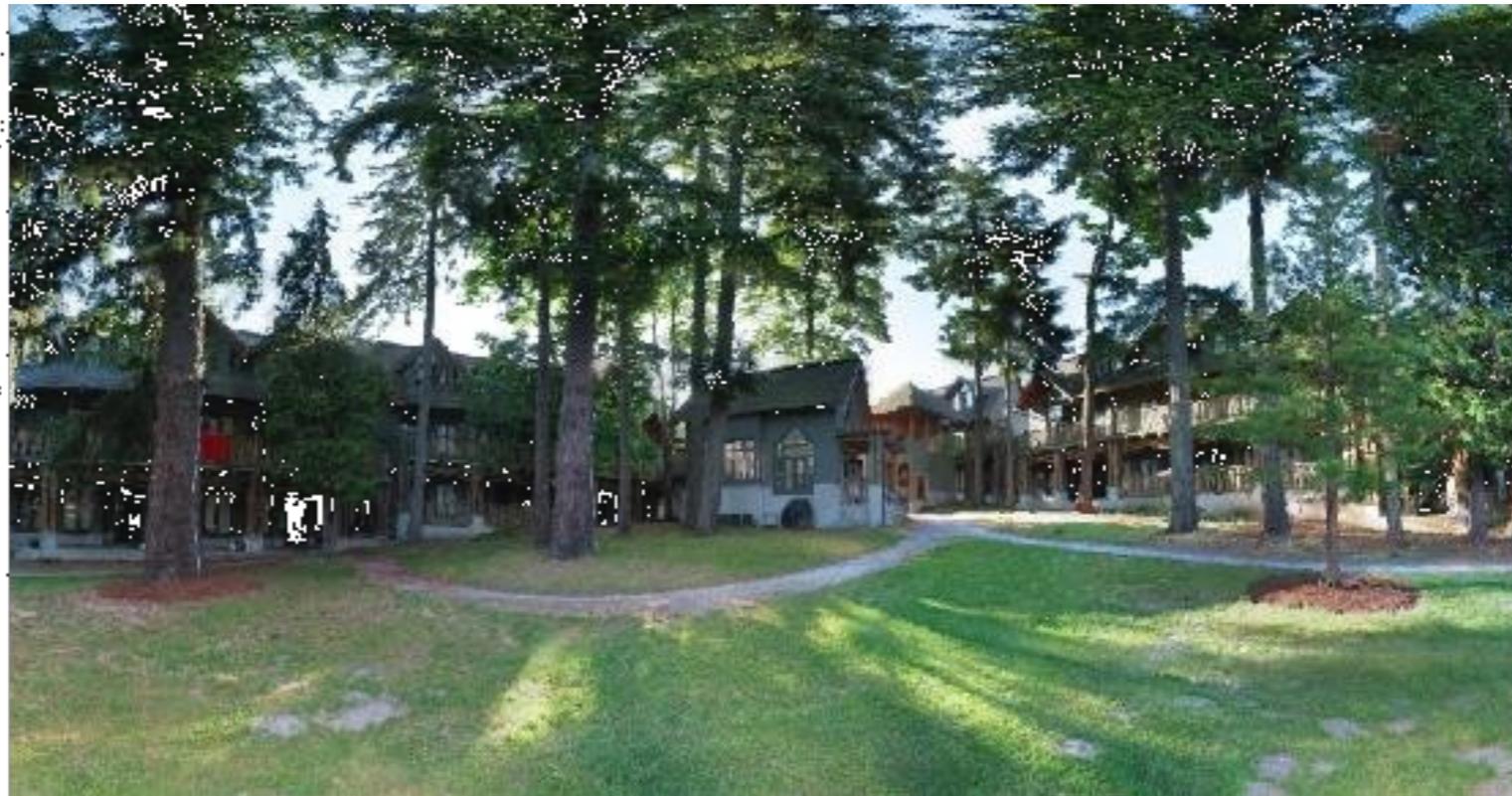
- Qu'est-ce qu'on voit?
  - CdV standard =  $50 \times 35^\circ$
  - CdV d'un humain =  $190 \times 135^\circ$

95° vers l'extérieur  
(+ 45° avec rotation)

---

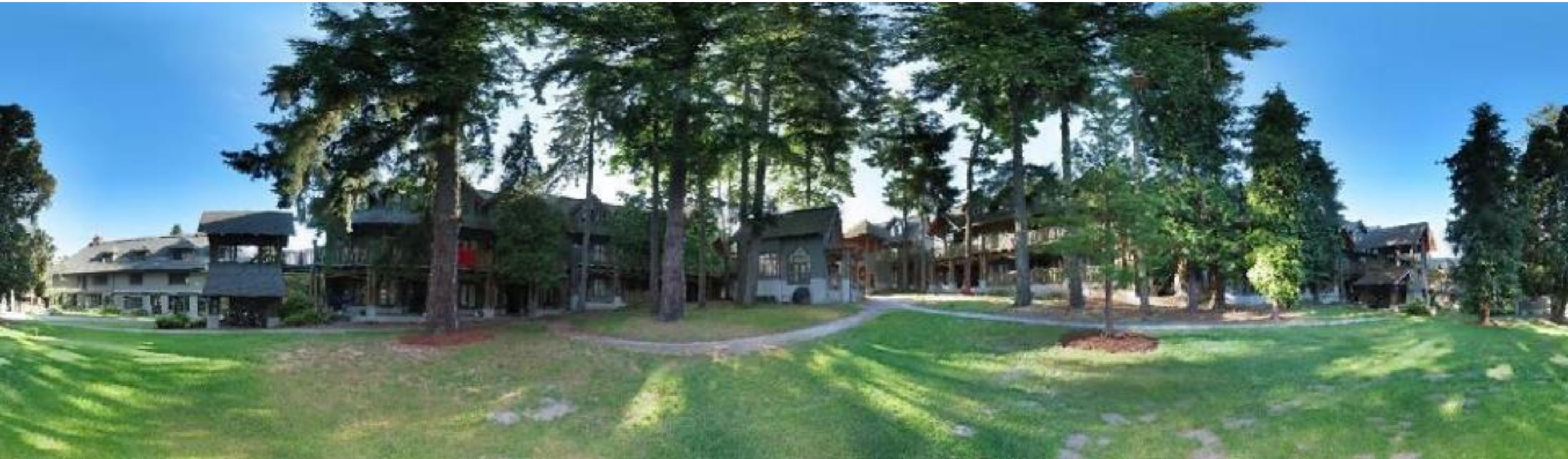
190° (~280° avec rotation)

selon wikipedia

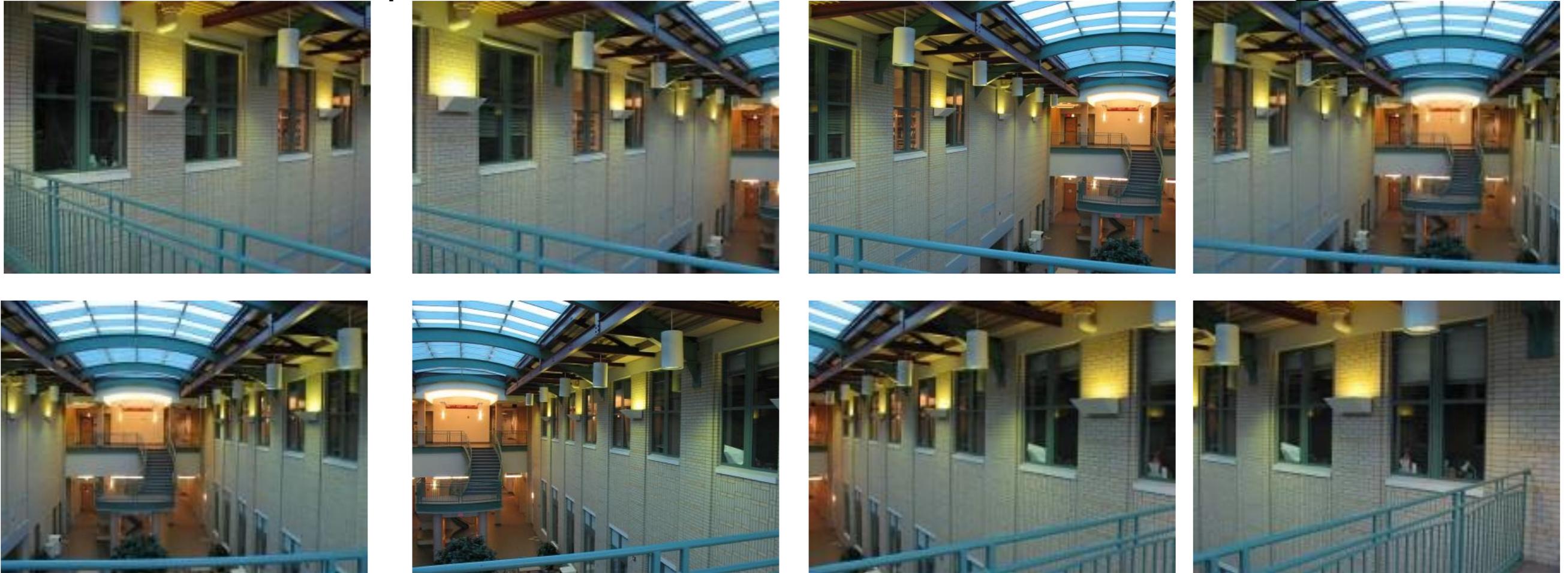


# Pourquoi les mosaïques?

- Qu'est-ce qu'on voit?
  - CdV standard =  $50 \times 35^\circ$
  - CdV d'un humain =  $200 \times 135^\circ$
  - CdV total =  $360 \times 180^\circ$



# Mosaïque: fusionner les images



caméra virtuelle à large champ de vue

# Mosaïque naïve



gauche par-dessus

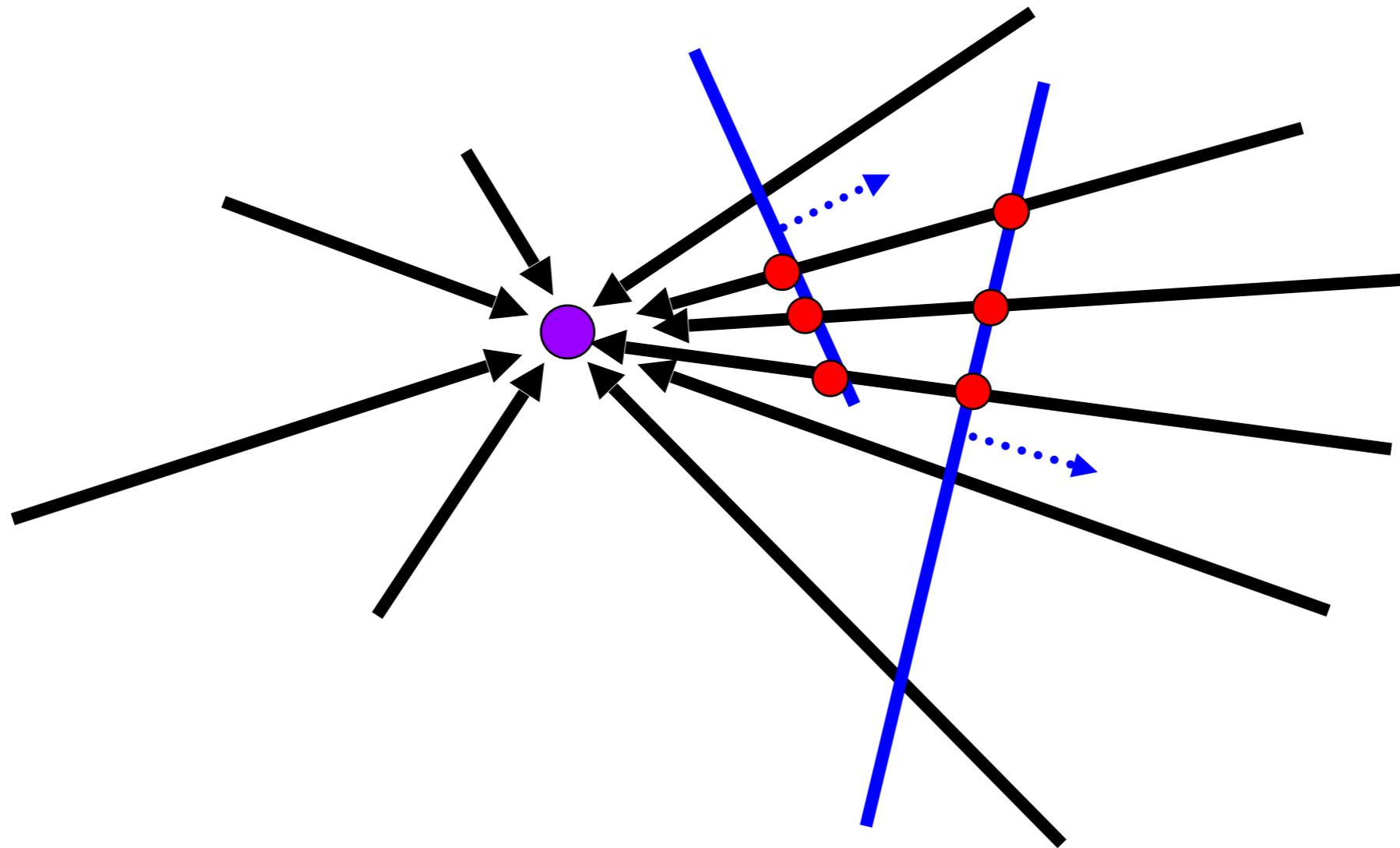
droite par-dessus



Translations insuffisantes pour aligner les images!

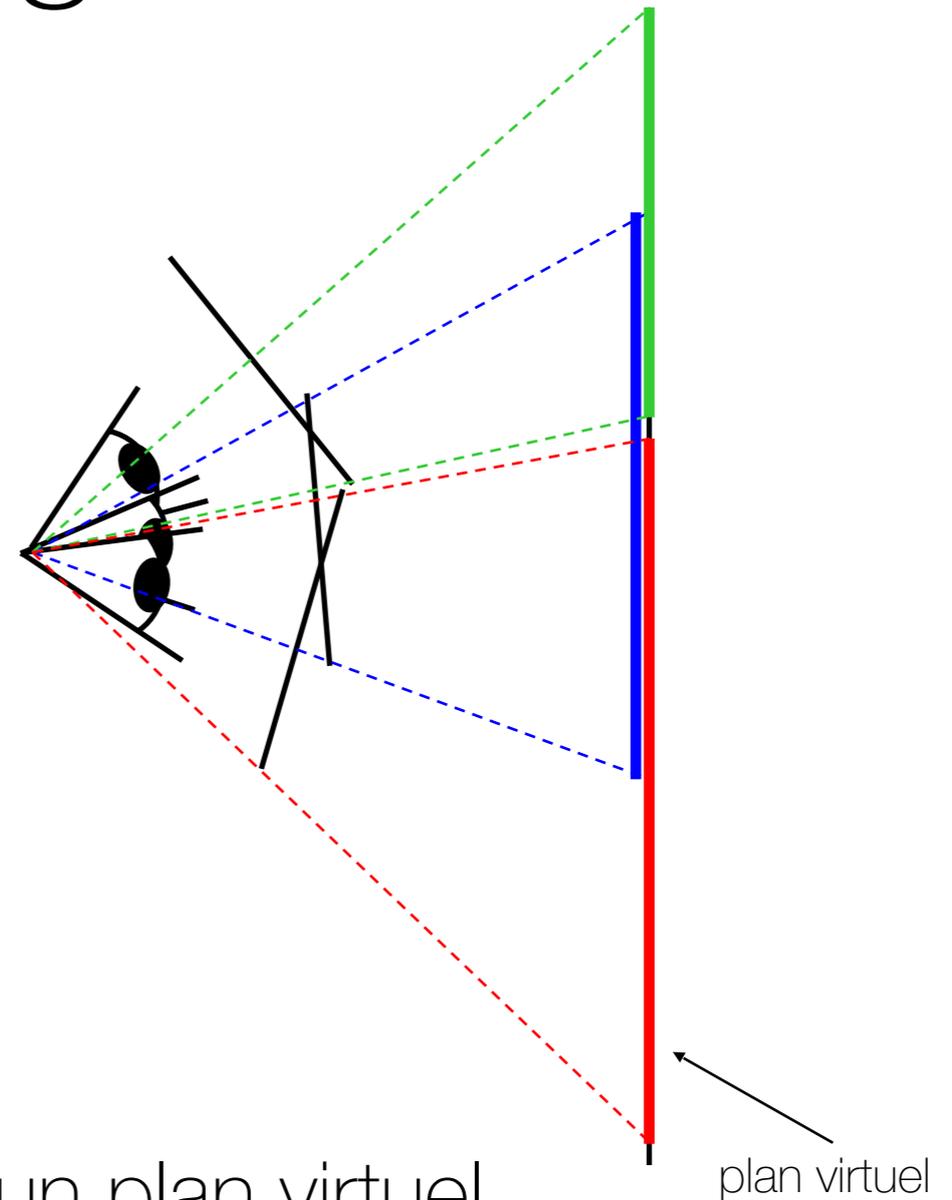


Un pinceau de rayons capture toutes les vues



Nous pouvons générer n'importe quelle caméra synthétique  
(tant que le centre de projection soit le même)

# Re-projection d'images



- Interprétation en 3D:
  - Les images sont re-projetées sur un plan virtuel
  - Une mosaïque: caméra virtuelle à large champ de vue

# Comment faire?

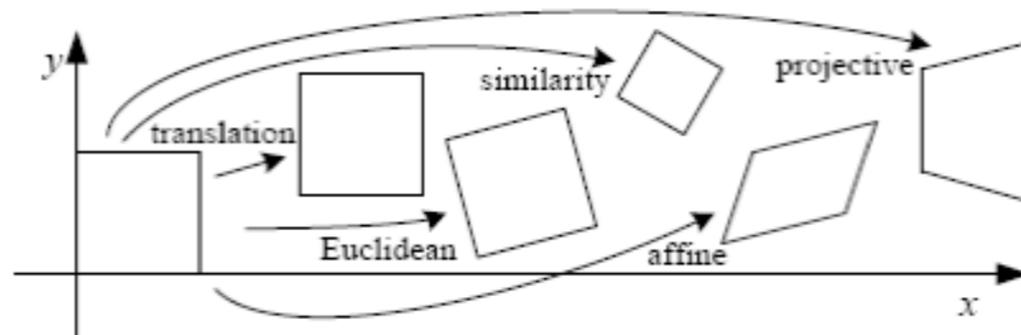
- Algorithme de base:
  - Prendre une séquence de photos à partir de la même position
    - (garder le même centre de projection)
  - Calculer transformation entre la deuxième image et la première
  - Transformer la deuxième image pour l'aligner avec la première
  - Fusionner les deux images
  - Répéter pour toutes les images
- Une seconde...
  - On n'utilise pas la géométrie 3D de la scène??

# Géométrie de la scène?

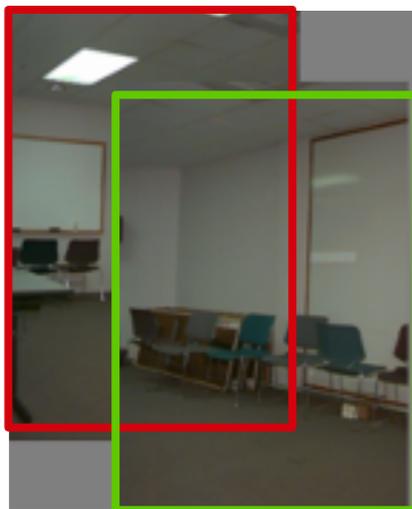
- Au tableau

# De retour à la transformation d'images

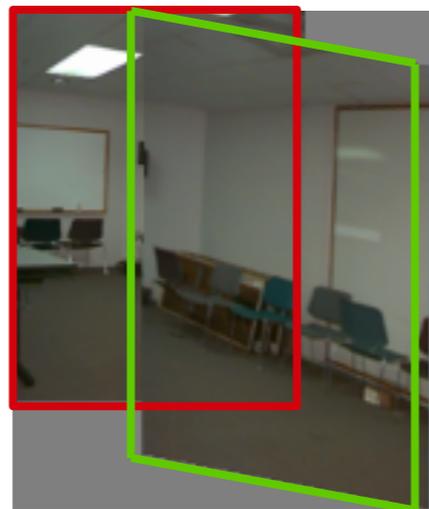
Quelle est la bonne transformation?  
translation, affine, projective?



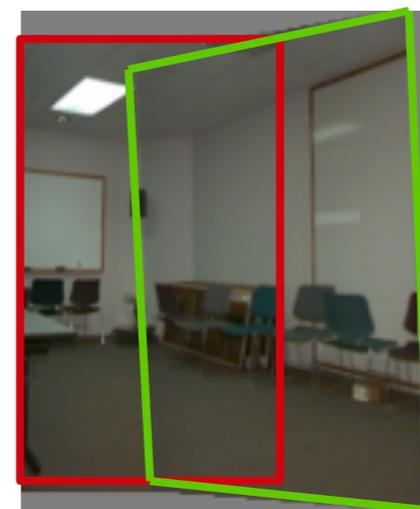
Translation



Affine

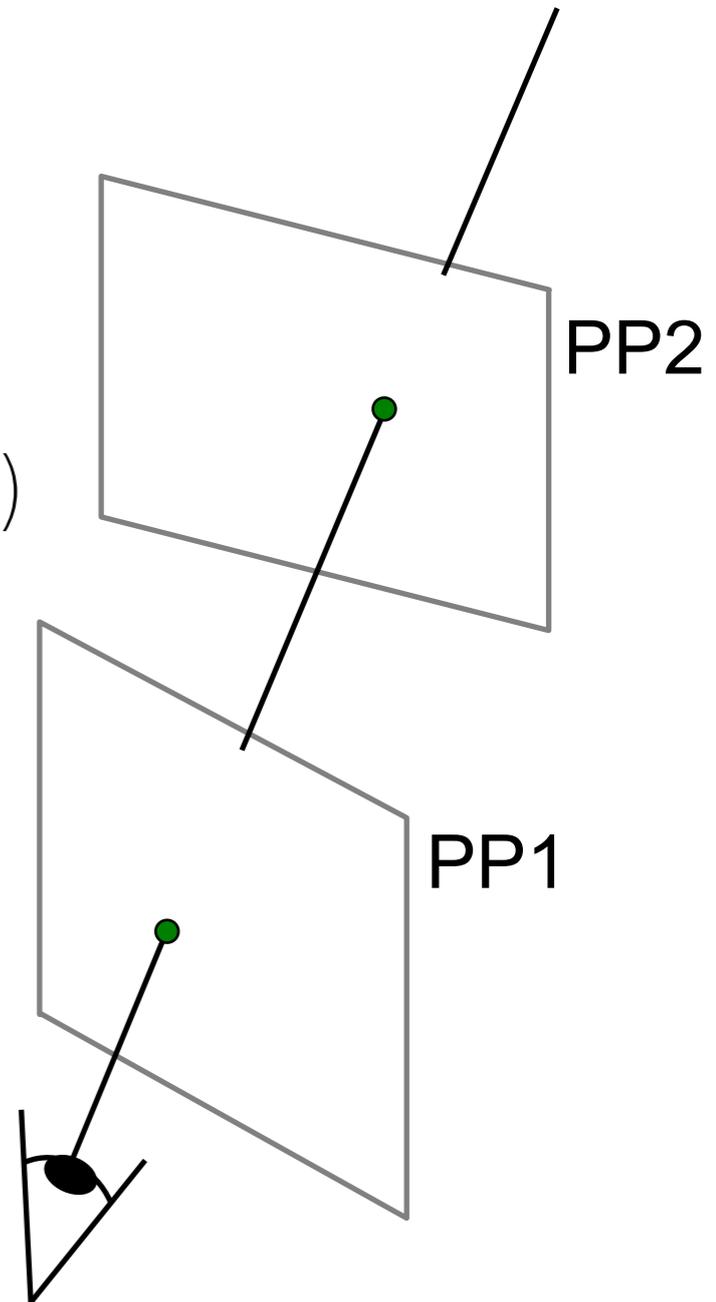


Perspective



# Homographies

- Réponse: Projective!
- Transformation entre deux caméras ayant le même centre de projection
- transformation entre deux plans (quadrilatères)
- on perd le parallélisme
- mais les droites sont préservées

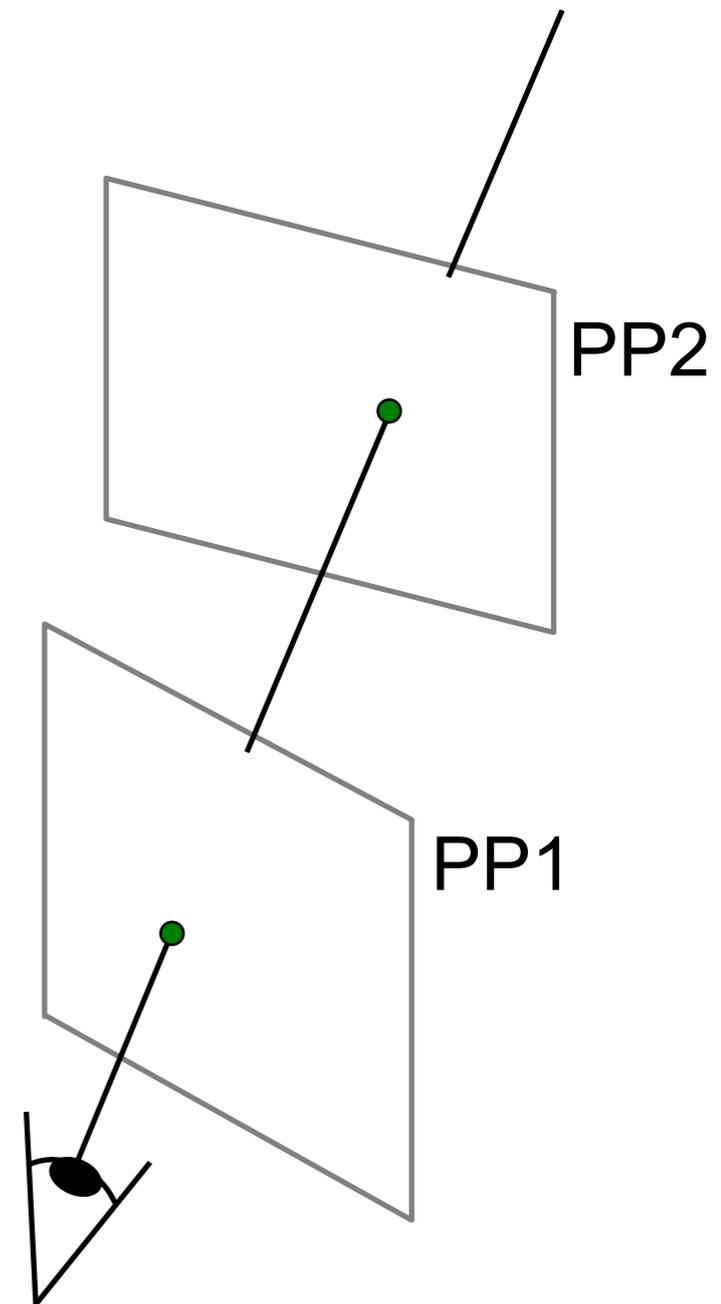


# Homographies

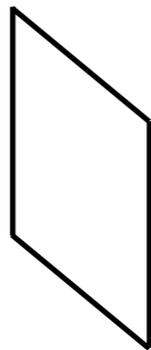
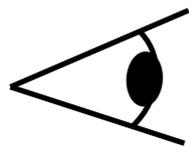
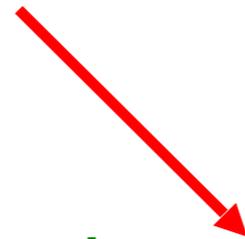
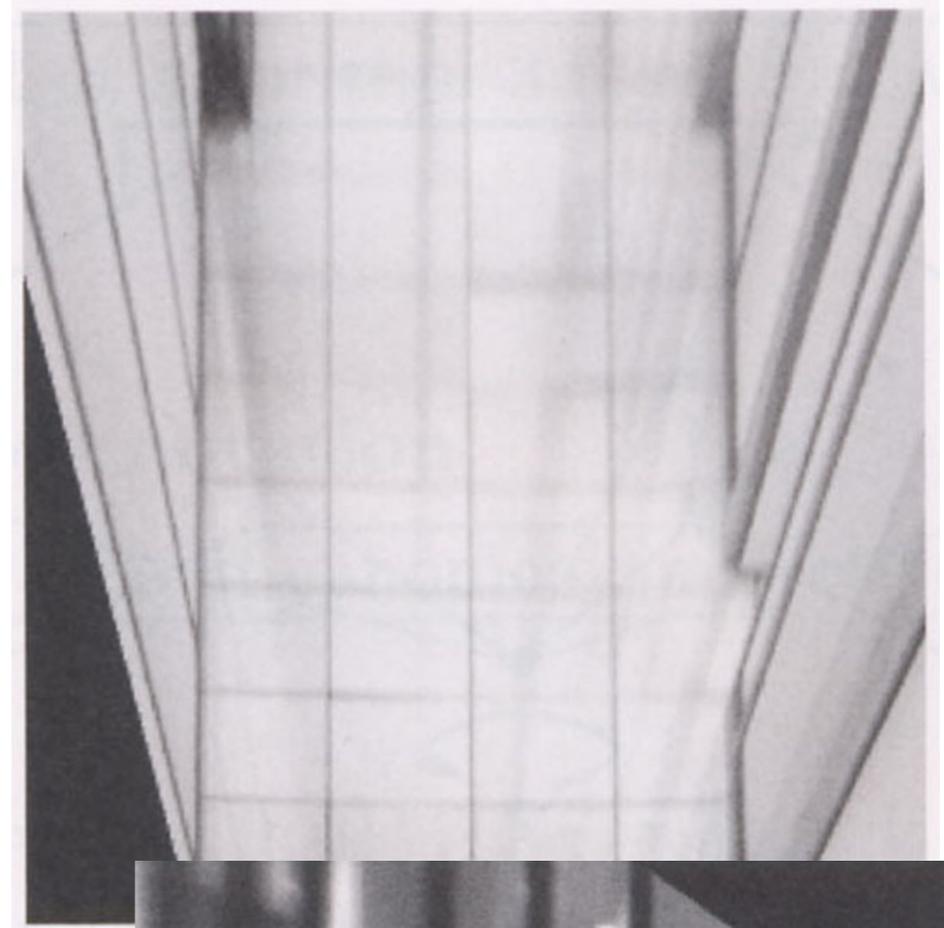
$$\begin{bmatrix} wx' \\ wy' \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p' = \mathbf{H}p$$

- Pour appliquer une homographie  $H$ 
  - Calculer  $p' = Hp$  (en coordonnées homogènes)
  - Convertir  $p'$  en coordonnées dans l'image

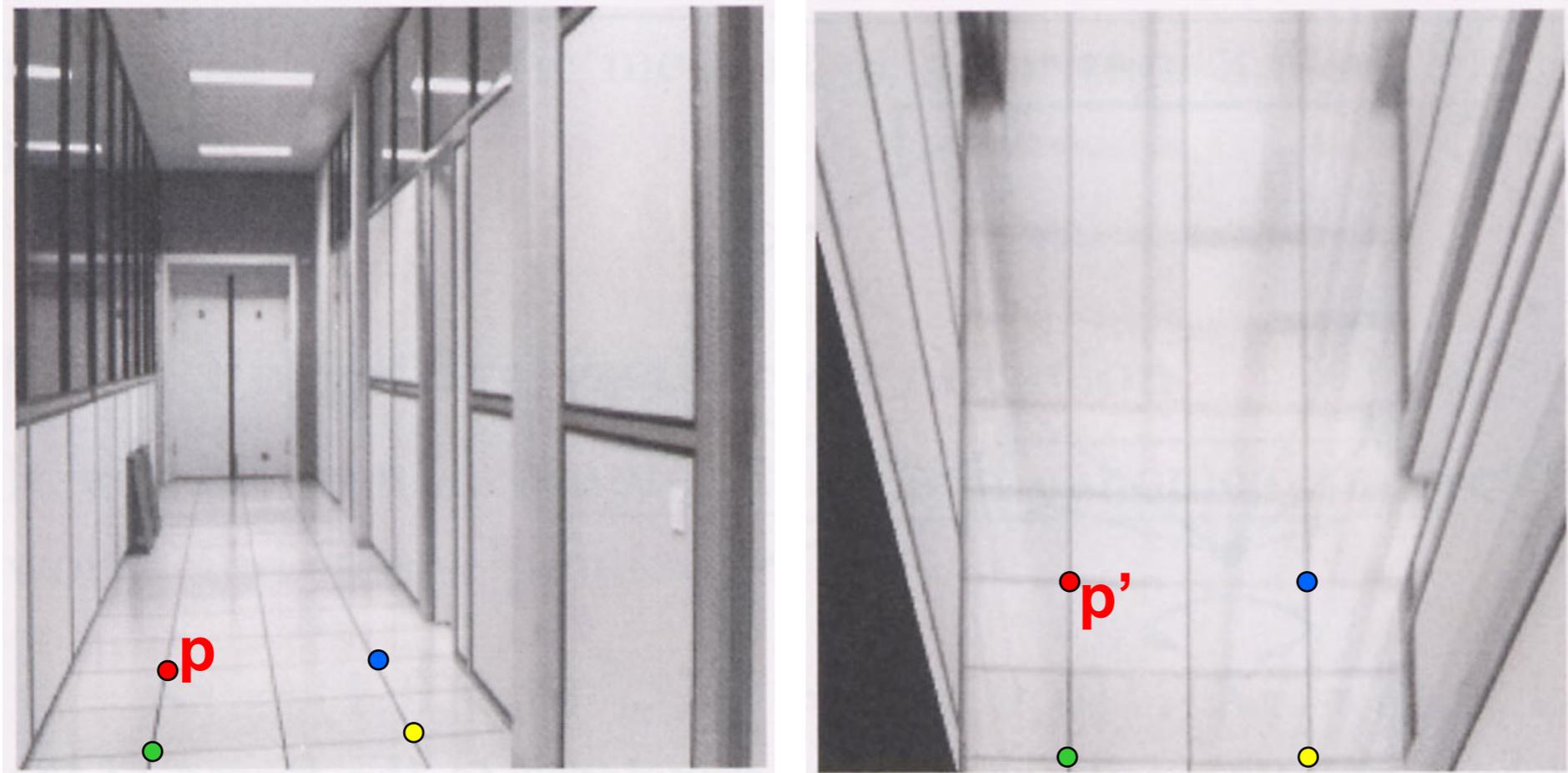


# Homographies



plan de l'image en avant

# Rectification d'images



- Calculer l'homographie  $H$  entre  $p$  et  $p'$ 
  - Combien de correspondances?
- Transformer l'image selon  $H$ 
  - En pratique, partir de l'image de destination, et appliquer  $\text{inv}(H)$
- Comment trouver  $H$ ?

# Systeme d'equations lineaires

- Prenons des paires de points  $(x_1, x_1')$ ,  $(x_2, x_2')$ ,  $(x_3, x_3')$ , etc.
  - par exemple: grandeur vs poids
- Nous voulons predire les  $x'$  en fonction des  $x$  avec une formule compacte (une ligne):  $ax + b = x'$
- Nous voulons determiner  $a$  et  $b$
- Combien de paires  $(x, x')$  avons-nous besoin?

$$\begin{array}{l} ax_1 + b = x'_1 \\ ax_2 + b = x'_2 \end{array} \quad \begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{bmatrix}$$

# Moindres carrés — exemple

- Que faire s'il y a du bruit dans les données?
  - Plus de correspondances (système sur-contraint)
  - Trouver  $a$  et  $b$  qui minimisent la somme des erreurs au carré
- '\ ' dans matlab
  - minimise la somme des erreurs au carré si le système est sur-contraint (plus d'équations qu'il y a d'inconnues)

$$\begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_n \end{bmatrix} \quad \min \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|^2$$

# Revenons à nos homographies...

$$\begin{bmatrix} wx' \\ wy' \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Facteur d'échelle,  $i=1$ 
  - 8 inconnues, donc 8 équations sont nécessaires
- Écrire système d'équations linéaires  $Ah = b$ 
  - Résoudre pour trouver  $h$
- Si on a plus que 4 correspondances
  - Minimiser la somme des différences au carré
- Dans les deux cas, '\' est votre ami
  - Voir "help lmdivide" dans Matlab

# Systeme d'équations linéaires

- Tableau...

# On s'amuse avec les homographies

Image originale



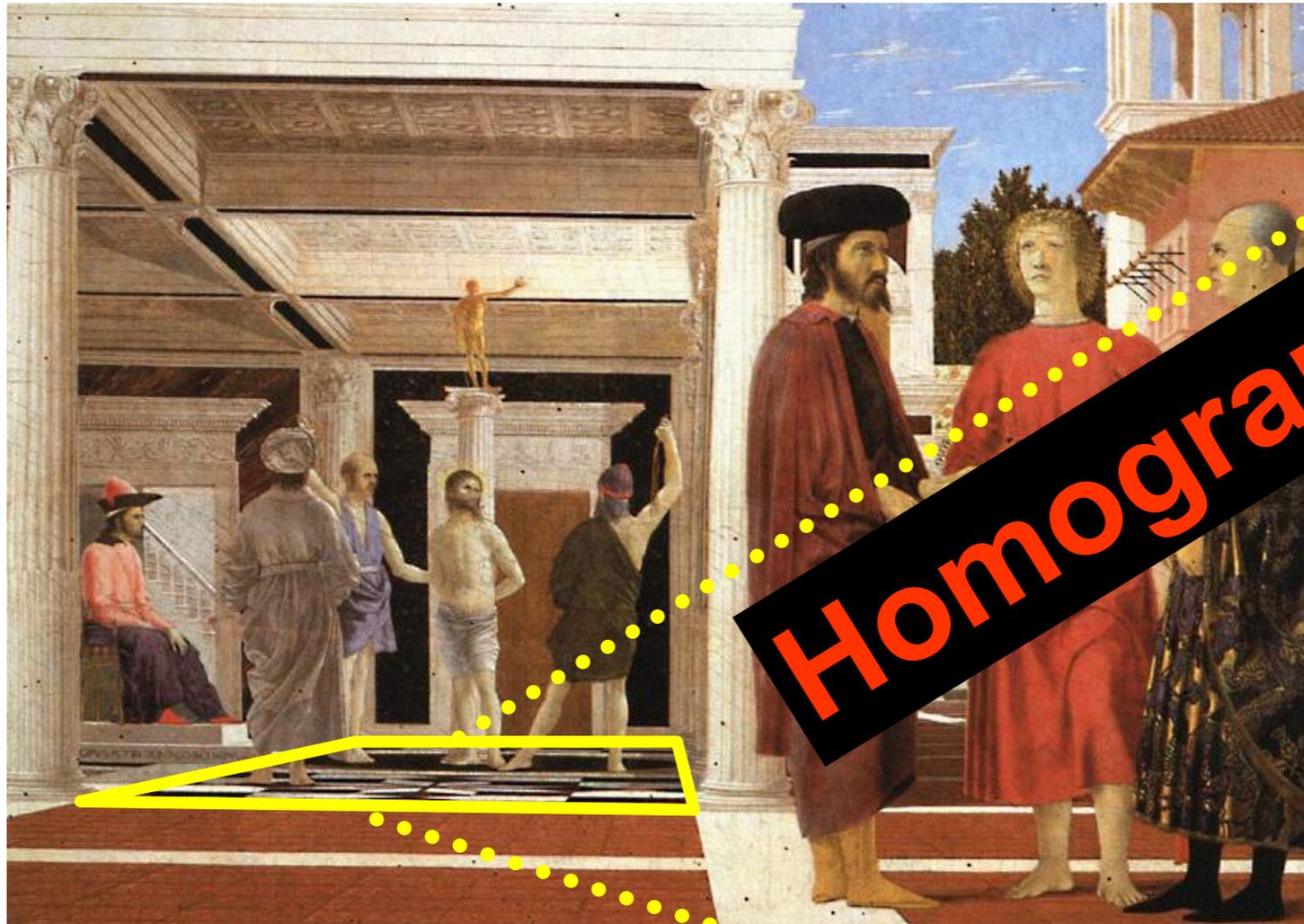
Caméra virtuelles

St.Petersburg  
photo: A. Tikhonov



# Analyse d'oeuvres d'art

Quelle est la forme du carrelage sur le sol?



**Homographie**



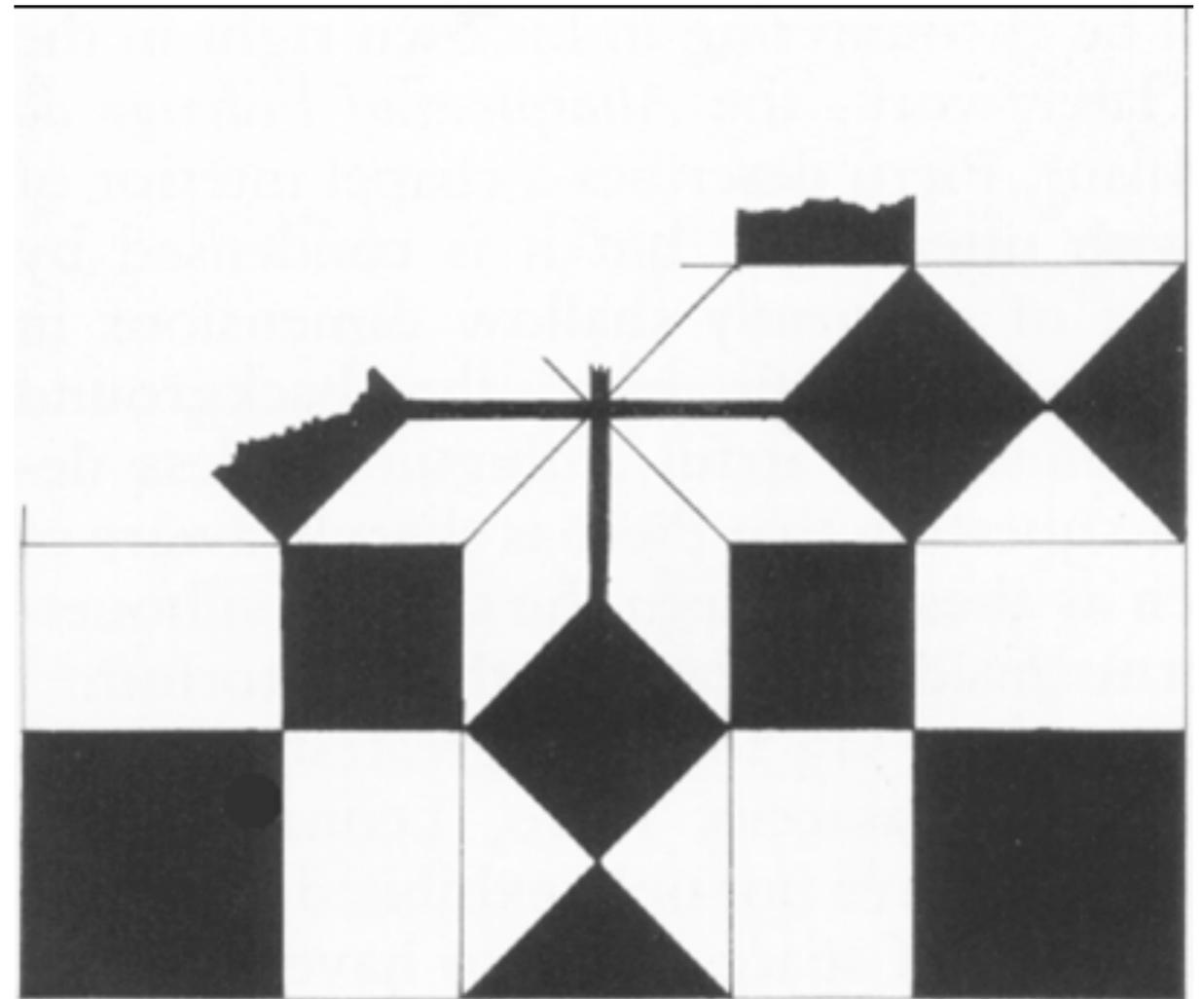
Version agrandie



Version rectifiée

# Analyse d'oeuvres d'art

Rectification automatique



de: Martin Kemp, "The Science of Art"  
(reconstruction manuelle)

une deuxième forme est découverte!

# Analyse d'oeuvres d'art

Quelle est la forme du carrelage?



St. Lucy Altarpiece, D. Veneziano

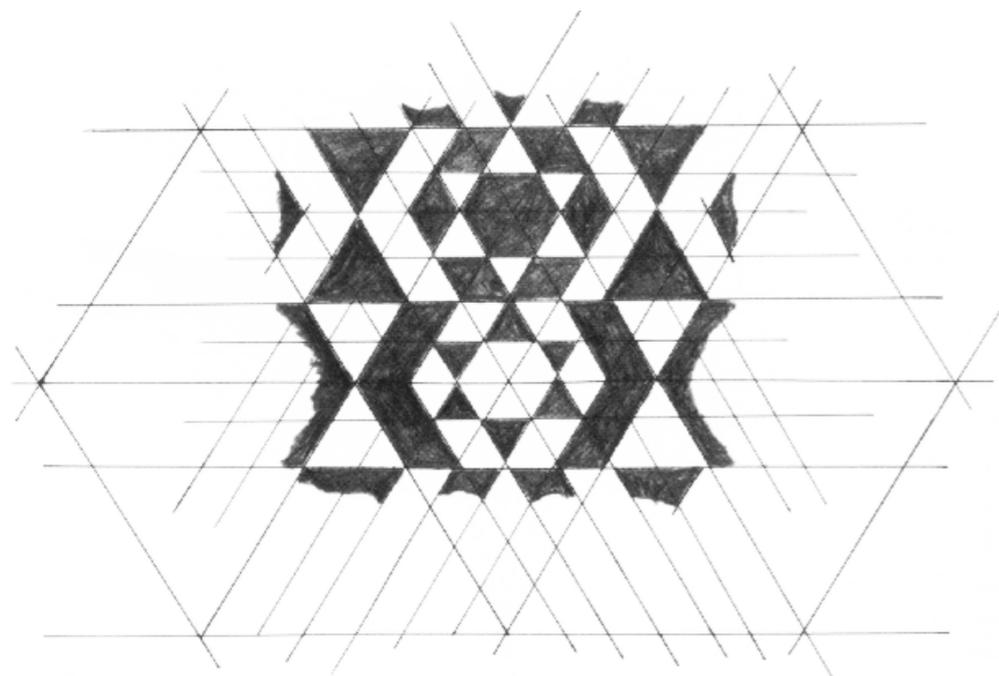


Image rectifiée

# Analyse d'oeuvres d'art



Automatique



Martin Kemp, The Science of Art  
(reconstruction manuelle)

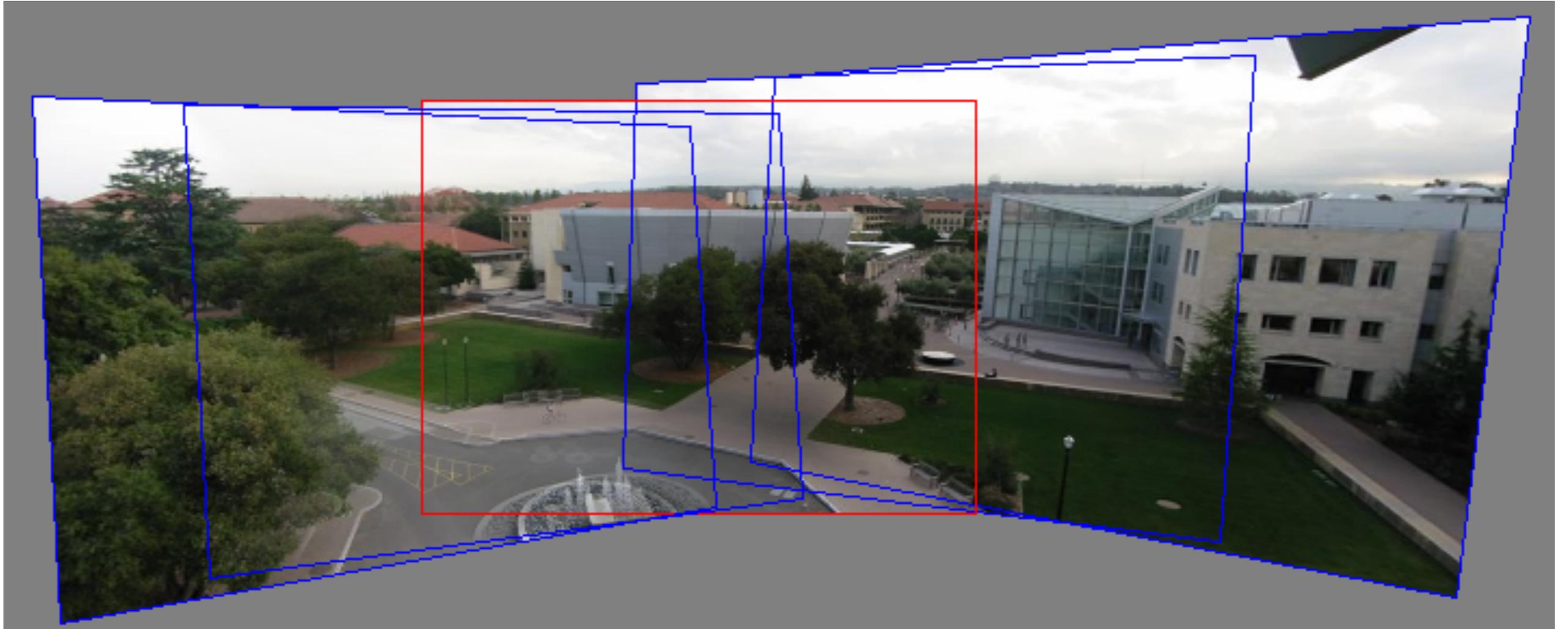
# Julian Beever: Homographies manuelles



# Holbein, The Ambassadors



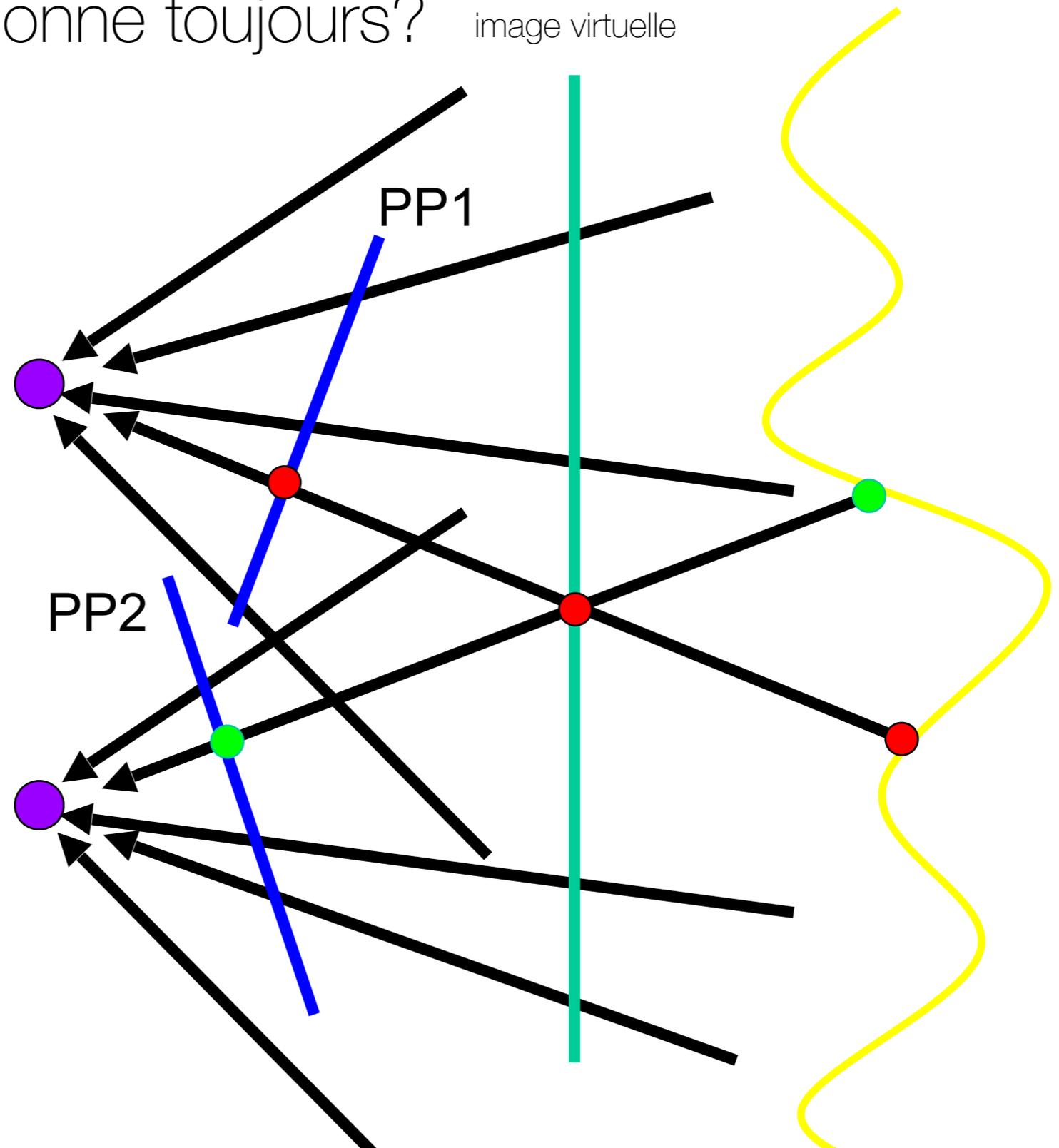
# Panoramas



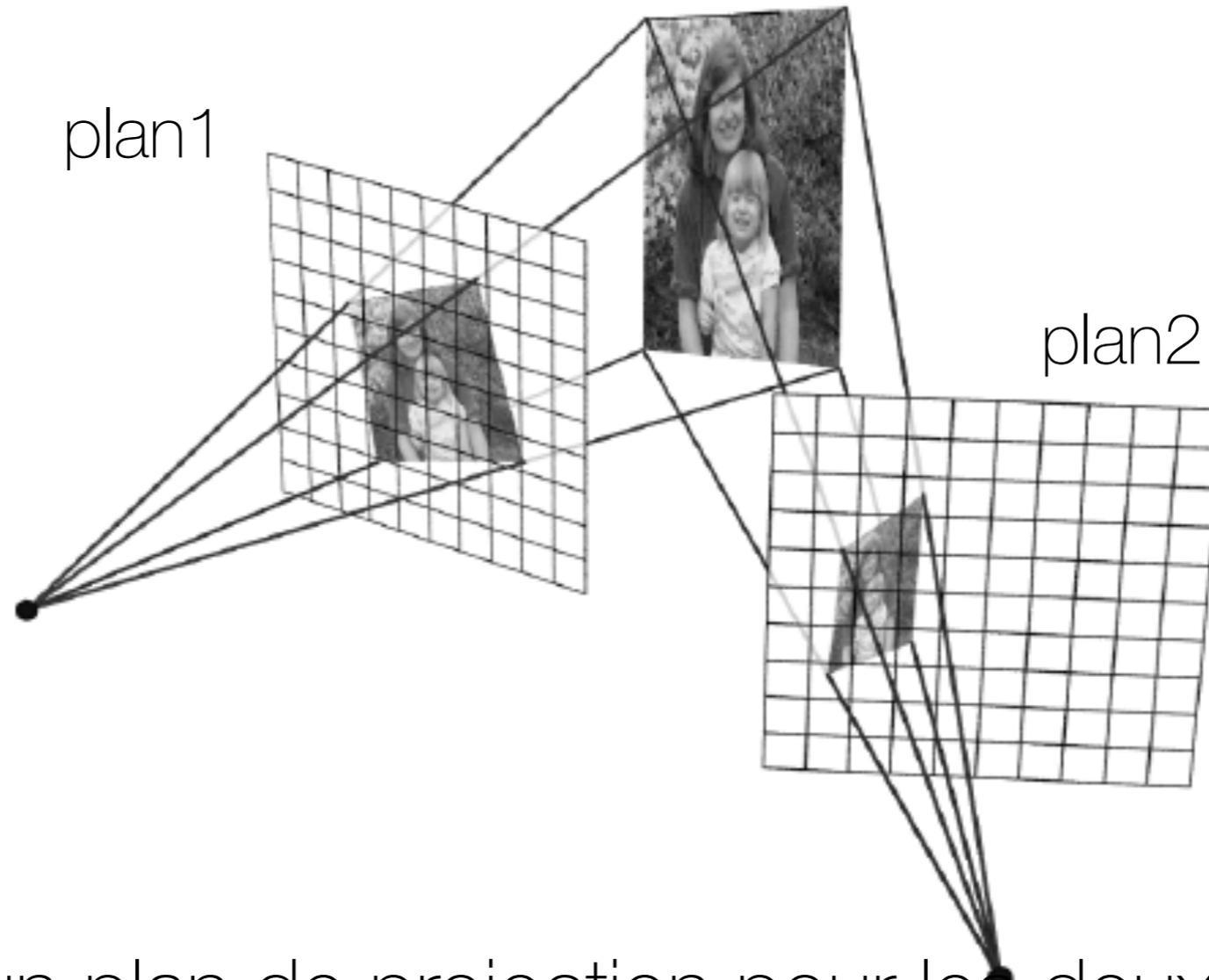
- Commence avec une image (rouge)
- Aligner les autres images (une par une)
- Composer les images

# Modifions le centre de projection

- Est-ce que ça fonctionne toujours? image virtuelle



# Scène planaire (ou lointaine)



- plan3 est un plan de projection pour les deux centres, alors ok!
- photographies aériennes

# Mosaïque planaire

